

**TEMA5 : gravitación**  
**Capitulo 2. Potencial**

# **TEMA 5: Gravitación**

- **Capítulo 2. Potencial**
  - Energía potencial gravitacional
  - Velocidad de escape
  - Agujeros negros
  - Movimiento de satélites
  - Mareas

# Energía potencial gravitacional

La energía potencial gravitacional es la energía que tiene una partícula dentro de un campo gravitacional.

$$W_{grav} = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr \quad \text{siendo} \quad F_r = -G \frac{Mm}{r^2}$$

$$W_{grav} = -GMm \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = GMm \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Si consideramos que la energía potencial gravitacional en el infinito es cero

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

# Velocidad de escape

**Es la velocidad necesaria para que un cuerpo llegue al infinito**, es decir, que llegue a un lugar donde la energía potencial gravitatoria debida al planeta es igual a cero. Se define además como la velocidad mínima necesaria para que **“apenas llegue”** al punto sin energía gravitacional, es decir llegue casi parado. En ese punto su energía mecánica será cero.

$$\frac{1}{2}mv^2 + \left( -G \frac{Mm}{R} \right) = 0 \quad GM = R^2 g$$

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

# Velocidad de escape de la gravedad Tierra

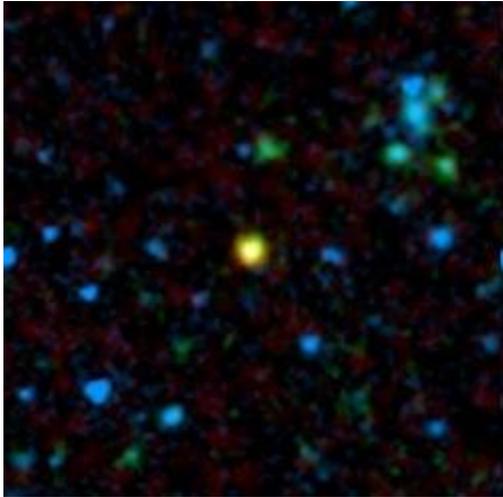
$$v_{esc} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2(9.81m/s^2)(6.37 \times 10^6 m)} = 11.2 km/s$$

Un cuerpo con esta velocidad escapará de la gravedad Tierra.

La velocidad de escape para la **Luna** es de **2.3 km/s**, muy inferior a la de la Tierra y **demasiado pequeña para que pueda existir allí ningún tipo de atmósfera.**

# Agujeros negros

Un **agujero negro** es una región del espacio-tiempo provocada por una **gran concentración de masa** en su interior, con enorme aumento de la densidad, lo que provoca un campo gravitatorio tal que ninguna partícula ni la energía, por ejemplo la luz, puede escapar de dicha región.



This false-color image from NASA's Spitzer Space Telescope shows a distant galaxy (yellow) that houses a **quasar**, a super-massive black hole

La velocidad de escape viene dada por:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G\rho 4\pi R^3}{3R}} = R \sqrt{\frac{8G\rho\pi}{3}}$$

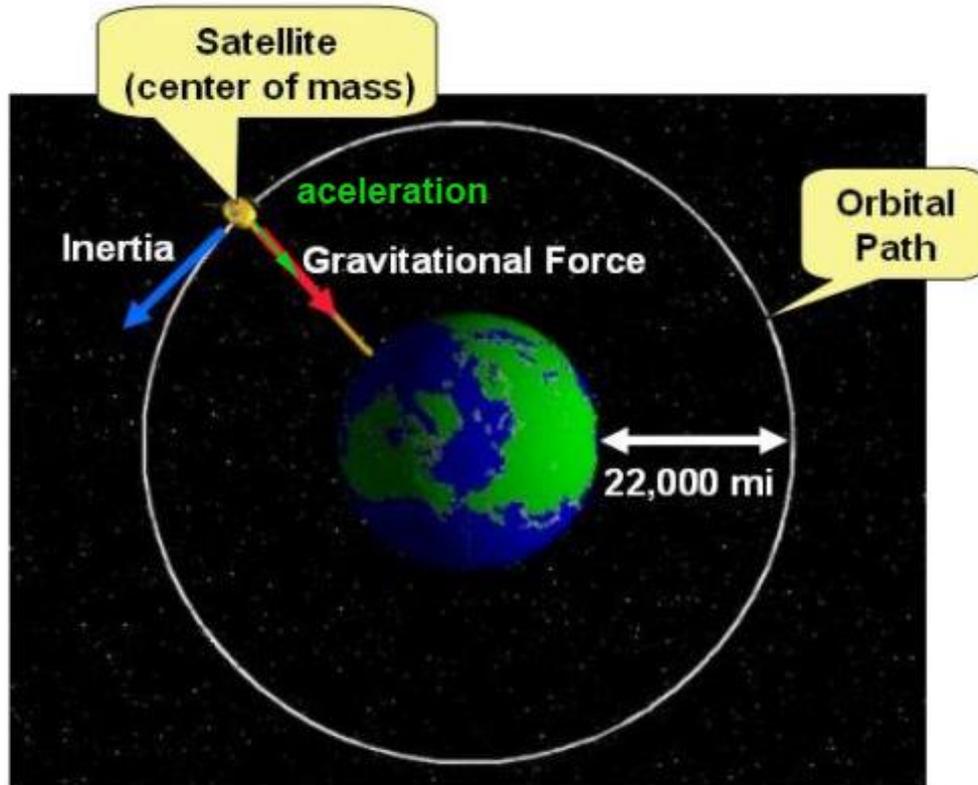
Utilizando los datos del **Sol** ( $R=700000$  km) y densidad  $1411$  kg/m<sup>3</sup> la velocidad de escape es:

$$v_{esc} = 621000 \text{ m/s} = \frac{1}{500} c$$

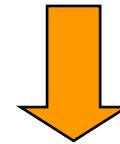
Si la estrella tiene un radio 500 veces superior al Sol, **su velocidad de escape será la de la luz** o incluso superior y nada puede escapar a su campo gravitatorio, ni siquiera la luz.

## Movimiento de satélites

A lo largo de la órbita circular, la fuerza neta, o fuerza gravitacional, tiene la dirección de la aceleración, que será una aceleración normal.



$$\frac{GMm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$



$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

# Satélites geoestacionarios

Son satélites cuya **velocidad de rotación es la misma que la de la Tierra**, por lo tanto en su rotación alrededor del planeta están siempre sobre el mismo punto y vistos desde la Tierra parecen estar inmóviles. Su utilidad como **satelites de comunicaciones y de TV** fue sugerida inicialmente por **Arthur C. Clarke**. Como la velocidad de rotación está dada, su altura también es única.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v^2 = \omega^2 r^2 = \frac{GM}{r}$$

$$r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

**Órbita de Clarke** (cinturón de Clarke) → ~**35.786 km** sobre nivel del mar.

$$r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}$$

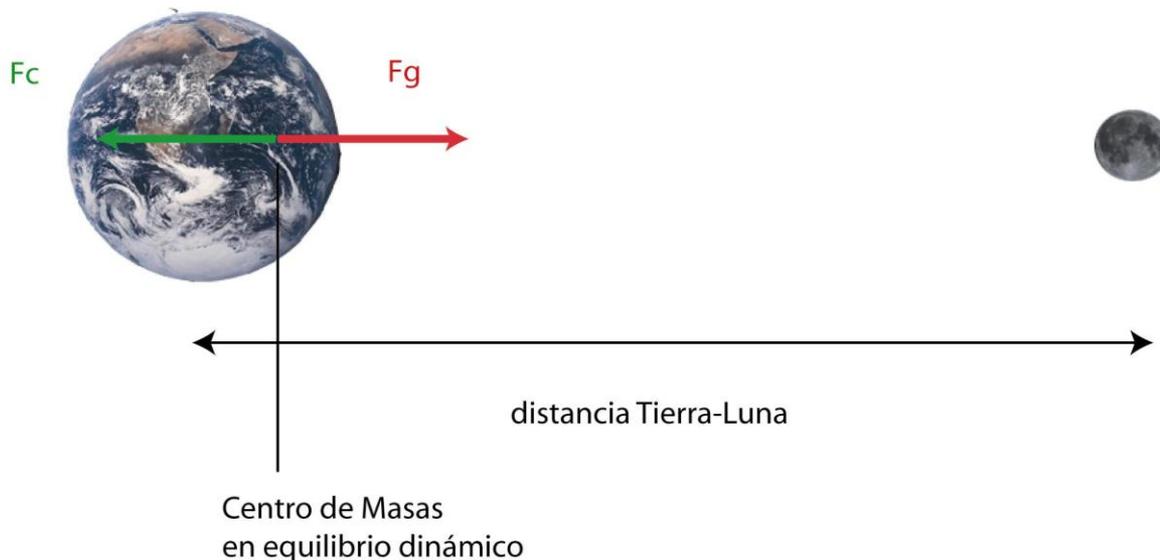
↖  
 $\omega = 2 * \pi \text{ rad}/24\text{h}$

$$\omega = 7.2\text{e-}5 \text{ rad/sec}$$

# Mareas

**Marea** es **el cambio periódico del nivel del mar**, producido principalmente por las fuerzas gravitacionales que ejercen la **Luna** y en menor orden el **Sol**. En el sistema Tierra-Luna, el CM es el único punto que se encuentra en equilibrio dinámico.

Puntos en el lado de la Tierra cercana a la luna tienen mayor fuerza gravitacional que fuerza centrífuga y se deforman hacia la Luna. Puntos en el otro lado de la Tierra, lejos de la luna tienen más fuerza centrífuga que gravitacional y también se deforman.



Debido a que la rotación de la Tierra es de 24 h, tenemos dos **pleamares** diarias y dos **bajamares** diarias, momentos en los que la altura de la marea es máxima y mínima.



# Campo gravitatorio $g$

La **fuerza gravitatoria** ejercida por  $m_1$  sobre  $m_2$  es:

$$\mathbf{F}_{1,2} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{1,2}^2} \hat{\mathbf{r}}_{1,2}$$

El **campo gravitatorio** en un punto  $P$  se determina colocando una *masa puntual de ensayo* de masa  $m$  en  $P$  y calculando la fuerza gravitatoria  $\mathbf{F}$  ejercida por el resto de partículas. La fuerza gravitatoria  $\mathbf{F}$  dividida por  $m$  se denomina **campo gravitatorio  $g$**  en  $P$ . El punto  $P$  se denomina **punto campo** y los puntos donde están localizadas las partículas se denominan **puntos fuente**.

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

$$g(r) = \frac{F}{m} = \frac{GM_T}{r^2}$$

$$\mathbf{g} = \sum_i \mathbf{g}_i$$

$$\mathbf{g} = \int d\mathbf{g}$$

## Forma de la Tierra

La Tierra es un cuerpo irregular, parcialmente formado por agua y parcialmente por tierra. Para propósitos geológicos y geofísicos la forma de la Tierra se representa por una superficie cerrada y suavizada llamada la Figura de la Tierra.



La forma de la Tierra, en primera aproximación se puede asimilar a una esfera.

Un análisis más preciso utiliza un **elipsoide achatado por los polos (elipticidad)**, dato ya puesto de manifiesto por Newton. La diferencia entre el semieje mayor y menor es de **21.385 km**).

## Elipsoide internacional de referencia

- La forma de la Tierra se estudia en la actualidad a través de **precisas observaciones de las orbitas de satélites**. A partir de estos datos se calcula el elipsoide oblato que mejor se ajusta y se llama "**elipsoide internacional de referencia**"
- En **1980** se acordó un elipsoide con valores de radio equatorial  $R_e = \mathbf{6378.137 \text{ Km}}$  y radio polar  $R_p = \mathbf{6356.752 \text{ Km}}$ .
- Estos valores dan un factor de aplanamiento de  $f = (a-b)/a = (1/298.2) \rightarrow \mathbf{3.37\%}$  de desviación respecto a una esfera perfecta.

# El geoide

Se define como “**la superficie equipotencial sobre la cual la gravedad es siempre igual y perpendicular**”.

